21. Sächsische Physikolympiade

2. Stufe

Klassenstufe 10

L ö s u n g s v o r s c h l ä g e – nur für korrigierende Lehrer

---

Aufgabe 211021 — Polonium

Polonium - 210 ist ein $\alpha-$Strahler mit einer Halbwertszeit von 138 Tagen.

a) Gib die Zerfallsgleichung des $\alpha-$Zerfalls an.

b) Vergleiche die Masse eines Poloniumkerns mit der Summe der Massen der Zerfallsprodukte! Interpretiere das Vergleichsergebnis!

Poloniumkern	$m_{\mathrm{Po}} = 209{,}98288$ u
Tochterkern	$m_{\mathrm{Pb}} = 205{,}9294822$ u
Strahlung	$m_{\alpha} = 4{,}00150608$ u
Atomare Masseneinheit	$\mathrm{u} = 1{,}660539 \cdot 10^{-27}$ kg

c) Nimm vereinfacht an, die fehlende Masse hat sich vollständig in kinetische Energie der $\alpha-$Strahlung umgewandelt. Berechne die Geschwindigkeit eines $\alpha-$Teilchens.

d) Nach dem 3. Newton'schen Axiom muss die in Teilaufgabe c) gemachte Annahme ungenau sein.

1) Begründe!

2) Berechne uner Anwendung des 3. Newton'schen Axioms die tatsächliche Geschwindigkeit des $\alpha-$Teilchens.

Lösung 211021 — Polonium

a)

$$^{210}_{84}\mathrm{Po} \longrightarrow ^{206}_{82}\mathrm{Pb} + ^{4}_{2}\alpha$$

1 BE

b) $m_{\mathrm{K}} = 209{,}98288\ \mathrm{u} = 209{,}98288 \cdot 1{,}660539 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg} = 3{,}486847616 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$ 1 BE

$m_{\mathrm{Pb}} + m_{\alpha} = 209{,}9309883\ \mathrm{u} = 3{,}85985933 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$ 1 BE

$m_{\mathrm{K}} > m_{\mathrm{Pb}} + m_{\alpha}$

Massendefekt könnte sich umgewandelt haben in: 2 BE

- Kinetische Energie der $\alpha-$Strahlung

- Kinetische Energie des Tochterkerns
- Weitere Strahlung (γ–Strahlung)

c) $\Delta m = 0{,}0518917\ \text{u} = 8{,}616819163 \cdot 10^{-29}\ \text{kg}$
$E = \Delta m \cdot c^2 = 7{,}755137246 \cdot 10^{-12}\ \text{J}$ 1 BE
$E = \frac{m_\alpha}{2} \cdot v_\alpha^2 \Longrightarrow v_\alpha = 48\,300\ \frac{\text{km}}{\text{s}}$ 1 BE

d) 1) Wegen $F_{\text{Pb}} = -F_\alpha$ wird auch der Tochterkern beschleunigt, woraus folgt, dass auch dieser einen Anteil kinetischer Energie enthält. 1 BE

2) Aus $F_{\text{Pb}} = -F_\alpha$ folgt nun folgende Rechnung:

$$\begin{aligned} m_{\text{Pb}} \cdot a_{\text{Pb}} &= -m_\alpha \cdot a_\alpha && | \cdot \Delta t \\ m_{\text{Pb}} \cdot v_{\text{Pb}} &= -m_\alpha \cdot v_\alpha && | m_{\text{Pb}} = 51 \cdot m_\alpha \\ 51 \cdot v_{\text{Pb}} &= -v_\alpha \end{aligned}$$

2 BE

$$\begin{aligned} E &= E_{\text{kin},\alpha} + E_{\text{kin,Pb}} = \frac{m_\alpha}{2} \cdot v_\alpha^2 + \frac{m_{\text{Pb}}}{2} \cdot v_{\text{Pb}}^2 \\ E &= \frac{m_\alpha}{2} \cdot (51 \cdot v_{\text{Pb}})^2 + 51 \cdot \frac{m_\alpha}{2} \cdot v_{\text{Pb}}^2 \\ E &= \frac{m_\alpha}{2} \cdot 2601 \cdot v_{\text{Pb}}^2 + 51 \cdot \frac{m_\alpha}{2} \cdot v_{\text{Pb}}^2 \\ E &= 2652 \cdot \frac{m_\alpha}{2} \cdot v_{\text{Pb}}^2 \end{aligned}$$

1 BE

$$\Longrightarrow v_{\text{Pb}} = 938\,181\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \Longrightarrow v_\alpha = -51 \cdot v_{\text{Pb}} = -47\,847\,238\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = -47\,847\ \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

1 BE

$\sum$ 12 BE

21. Sächsische Physikolympiade

2. Stufe

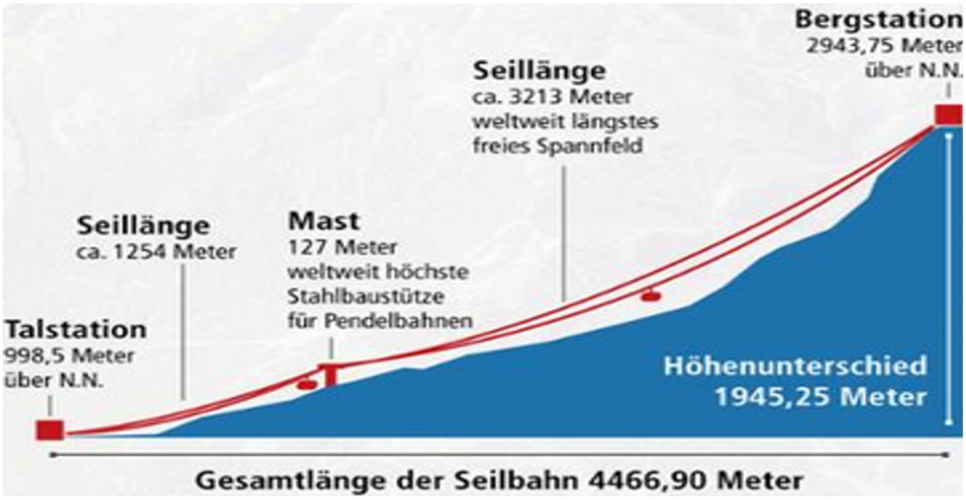
Klassenstufe 10

L ö s u n g s v o r s c h l ä g e – nur für korrigierende Lehrer

---

Aufgabe 211022 — Die neue Zugspitzbahn

Eine Seilbahn ist, sofern sich beide Kabinen im freien Spannfeld befinden, mit 10,6 $\frac{m}{s}$ unterwegs. Bei Überfahrt der zwei Kabinen über die eine Stütze muss die Geschwindigkeit abgesenkt werden. Dazu wird aus Sicherheitsgründen bereits jeweils 100 m vorher die Geschwindigkeit mit einer Verzögerung von 0,25 $\frac{m}{s^2}$ auf 8,5 $\frac{m}{s}$ abgesenkt und nach dem Überfahren der Stütze von 20 m Länge mit gleichem Beschleunigungsbetrag wieder auf die vorherige Geschwindigkeit erhöht. Die gleiche Beschleunigung erreicht die Bahn auch zu Beginn der Fahrt. Bei der Einfahrt in die Berg- bzw. Talstation wird die Geschwindigkeit auf einer Strecke von 150 m von 10,6 $\frac{m}{s}$ annähernd gleichmäßig auf Null verringert.



Die zwei Tragseile jeder Kabine haben einen Durchmesser von je 72 mm. Diese vier Seile sind, anders als üblich, sowohl in der Tal- als auch in der Bergstation fest abgespannt. In beiden Stationen sind sie dazu um massive, in das Stationsgebäude einbetonierte Poller mit mehreren Metern Durchmesser geschlungen. Im Kern der Tragseile befindet sich jeweils eine Glasfaserleitung für die Datenübertragung zwischen Tal- und Bergstation. Daraus ergibt sich eine mittlere Dichte von 7,6 $\frac{g}{cm^3}$. Die zulässige Gesamtmasse der Kabine mit Insassen beträgt 25 Tonnen.

a) Ermittle die Gesamtfahrzeit einer Gondel zwischen Berg- und Talstation!

b) Da die Tragseile aufgrund ihrer Masse und der Belastung durch die Kabinen durchhängen, greift auf das obere Seilstück die fünffache Zugkraft auf die Verankerungen der Bergstation im Vergleich zur Maststütze an. Ermittle die maximale Zugkraft an der Verankerung der Bergstation.

Lösung 211022 — Die neue Zugspitzbahn

a) Die Gesamtfahrzeit ergibt sich aus 10 Teilabschnitten, die sich aber durch die Wahl der Bedingungen verringern.

Abschnitt 1: Anfahren aus der Talstation; Beschleunigung auf $10,6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$t = \frac{v}{a} = \frac{10{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}25\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 42{,}4\ \text{s}$
dabei werden $s = \frac{a}{2}t^2 = 225\ \text{m}$ zurückgelegt

Abschnitt 2: Fahrt zur Stütze
Länge $1254\ \text{m} - 225\ \text{m} - 100\ \text{m} = 929\ \text{m}$ mit $10,6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$t = \frac{s}{v} = \frac{929\ \text{m}}{10{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 87,6\ \text{s}$

Abschnitt 3: Abbremsen auf $8,5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ mit $-0,25\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
$t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{-2{,}1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{-0{,}25\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 8,4\ \text{s}$
dabei werden $s = \frac{a}{2}t^2 + v_0 t = 80,2\ \text{m}$ zurück gelegt

Abschnitt 4: Es bleiben ca. $20\ \text{m} + 20\ \text{m}$ der Stütze $= 40\ \text{m}$ mit der Geschwindigkeit von $8,5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, also $4,7\ \text{s}$

Abschnitt 5: Beschleunigen auf $10,6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$t = \frac{v}{a} = \frac{2{,}1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}25\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 8,4\ \text{s}$
dabei werden $s = \frac{a}{2}t^2 + v_0 t = 80,2\ \text{m}$ zurückgelegt

Abschnitt 6: Fahrt mit $10,6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ bis die andere Gondel die Gondelstütze erreicht
Bis hier zurückgelegter Weg $225\ \text{m} + 929\ \text{m} + 80,2\ \text{m} + 40\ \text{m} + 80,2\ \text{m} = 1354,4\ \text{m}$
Es bleiben $3213\ \text{m} - 1354,4\ \text{m} - 100\ \text{m} = 1758\ \text{m}$
Dafür benötigt die Gondel $t = \frac{s}{v} = \frac{1758{,}4\ \text{m}}{10{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 165,9\ \text{s}$

Abschnitt 7: Abbremsen auf $8,5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ mit $-0,25\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
$t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{-2{,}1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{-0{,}25\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 8,4\ \text{s}$
dabei werden $s = \frac{a}{2}t^2 + v_0 t + 80,2\ \text{m}$ zurückgelegt

Abschnitt 8: Es bleiben ca. 20 m + 20 m der Stütze = 40 m mit der Geschwindigkeit von 8, 5
*frac*ms, also 4, 7 s

Abschnitt 9: Fahrt mit $10,6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$1254\ \text{m} - 150\ \text{m} - 100\ \text{m} = 1004\ \text{m}$
$t = \frac{s}{v} = \frac{1004\ \text{m}}{10{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 94,7\ \text{s}$

Abschnitt 10: Abbremsen am Ende
$t = 2 \cdot \frac{s}{v} = 2 \cdot \frac{150\ \text{m}}{10{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 28,3\ \text{s}$

Ergibt eine Gesamtfahrzeit von:
$42,4\ \text{s} + 87,6\ \text{s} + 8,4\ \text{s} + 4,7\ \text{s} + 165\ \text{s} + 8,4\ \text{s} + 4,7\ \text{s} + 94,7\ \text{s} + 28,3\ \text{s} = 461,9\ \text{s}$

Hinweise zur Bewertung:

Gleichförmige Bewegungsphasen (2+6+9)	2 BE
Beschleunigungsphasen ohne Anfangs- oder Endgeschwindigkeit (1+10)	2 BE
Beschleunigungsphasen mit Anfangsgeschwindigkeit (3+5+7)	2 BE
Überfahrt über die Stützen (4+8)	1 BE
Gesamtfahrzeit	1 BE

b) Aus dem Durchmesser des Seiles und der Dichte ergeben sich ein Volumen von $13,08\ \text{m}^3$ und eine Masse von 99, 4 t.

$A = \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{\pi}{4} \cdot (0,072\ \text{m})^2 = 0,00407\ \text{m}^2$
$V = 0,00407\ \text{m}^2 \cdot 3213\ \text{m} = 13,08\ \text{m}^3$
$m = V \cdot \rho = 13,08\ \text{m}^3 \cdot 7,6\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 99,4\ \text{t}$ 1 BE
Dazu kommt die Hälfte der Kabinenmasse (2 Tragseile) 12, 5 t 1 BE
$\Longrightarrow$ Gesamtmasse des Seils 224 t.
Daraus ergibt sich eine Gewichtskraft von $F_G = 1099\ \text{kN}$ 1 BE
$F_{\text{Zug}} = \frac{F_G}{6} \cdot 5 = 916\ \text{kN}$

$\sum$ 11 BE

21. Sächsische Physikolympiade

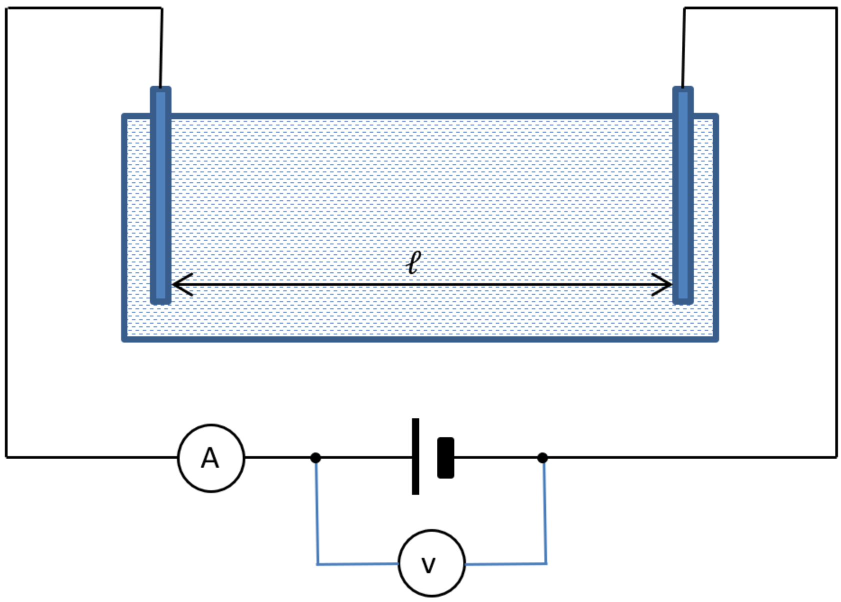
2. Stufe

Klassenstufe 10

Lösungsvorschläge – nur für korrigierende Lehrer

Aufgabe 211023 — Mineralwasser

Ein Qualitätskriterium für Mineralwässer ist unter anderem der Mineralisierungsgrad. Außer der Möglichkeit einer chemischen Analyse hat auch der Physiker Möglichkeiten der Mineralisierungsgradanalyse. Physli hat dazu folgende Idee: Er nimmt eine rechteckige Küvette und plaziert an den beiden Schmalseiten je eine gesäuberte Elektrode. Er schließt eine Spannungsquelle an und misst Spannung und Stromstärke bei immer kleiner werdenden Elektrodenabständen ℓ. Aus den Messwerten ermittelt er den spezifischen elektrischen Widerstand des Mineralwassers als Kriterium für den Mineralisierungsgrad.



a) Analysiere auf theoretischem Weg, wie sich der spezifische elektrische Widerstand bei zunehmendem Mineralisierungsgrad verändert!

b) Bereite ein Versuchsprotokoll vor, mit dem du entsprechend Teilaufgabe c) die Aufnahme der $I(\ell)$–Kennlinie (bei konstanter Spannung) und anschließend die Ermittlung des spezifischen elektrischen Widerstands des Mineralwasser dokumentieren kannst!

c) 1) Miss die Stromstärke $I(\ell)$ für mindestens fünf Abstände ℓ (Messwerttabelle)! Trage in dieselbe Tabelle für jedes Wertepaar auch die berechneten Werte für R und $R \cdot A$ ein!

2) Zeichne die $R \cdot A(\ell)-$Kennlinie und ermittle daraus den spezifischen elektrischen Widerstand des gegebenen Mineralwassers! Begründe dein Vorgehen!

Lösung 211023 — Mineralwasser

a) Die Mineralien in einem Mineralwasser liegen in Lösung vor; das Mineralwasser ist chemisch gesehen ein Elektrolyt. 1 BE
Je höher der Mineralisierungsgrad ist, desto mehr Ionen befinden sich als freie Ladungsträger im Dielektrikum; also nimmt der spezifische Widerstand ab, je höher der Mineralisierungsgrad des Mineralwassers ist. 1 BE

b) Wegen $R = \rho \cdot \frac{\ell}{A}$ mit $R = \frac{U}{I}$
$\Longrightarrow \frac{\rho \cdot \ell}{A} = R \Longrightarrow R \cdot A = \rho \cdot \ell$ 1 BE
Trägt man also $R \cdot A$ an die $y-$Achse und ℓ an die $x-$Achse eines Diagramms an und trägt die Kennlinie ein, dann erscheint der gesuchte spezifische Widerstand ρ als Anstieg der $R \cdot A(\ell)-$Kennlinie. 1 BE

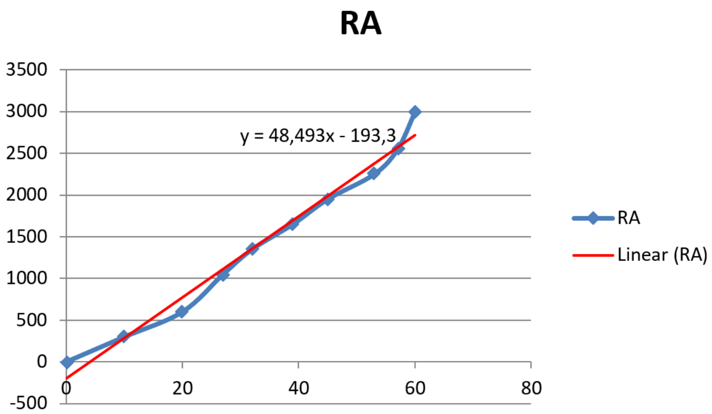
c) Messwerte: Breite $b = 75$ mm und eingetauchte Höhe $h = 20$ mm der Elektroden
$\Longrightarrow A = 1500\ \text{mm}^2$
Spannung $U = 10$ V der Spannungsquelle 1 BE

Selbstständige Versuchsdurchführung 1 BE

Messwerttabelle: 2 BE

ℓ in mm	60	57	53	45	39	32	27	20	10
I in mA	5,0	6,0	6,5	7,5	9,0	11	15	23	50
R in kΩ	2	1,7	1,55	1,3	1,1	0,9	0,7	0,4	0,2
$R \cdot A$ in k$\Omega \cdot \text{mm}^2$	3000	2550	2250	1950	1650	1350	1050	600	300

Diagramm 1 BE



Anstieg $= 48{,}493$

$\Longrightarrow \rho = 48{,}49\ \mathrm{k\Omega} \cdot \frac{\mathrm{mm}^2}{\mathrm{mm}} = 48{,}49 \cdot 10^6 \Omega \cdot \frac{\mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}} = 48{,}49\ \Omega \cdot \mathrm{m}$ 1 BE

Hinweis für Korrektoren:

Das entspricht einem spezifischen Leitwert ($\gamma = \frac{1}{\rho}$) von 0,023 Siemens pro Meter.
Tabellenwert für Trinkwasser: 0,005 bis 0,05 Siemens pro Meter
Der Wert variiert bei der Verwendung verschiedener Mineralwässer

$\overline{\sum 10\,\mathrm{BE}}$