21. Sächsische Physikolympiade

1. Stufe

Klassenstufe 10

L ö s u n g s v o r s c h l ä g e – nur für korrigierende Lehrer

---

Aufgabe 211011 — Polonium

In einer Laborprobe sind 1 mg des radioaktiven Präparates Polonium – 210 vorhanden.

a) Nenne Anzahl und die Namen der Kernbausteine.

b) Berechne die Summe der Massen der Kernbausteine eines Poloniumkerns.

c) Die tatsächliche Masse eines Po – 210 Kerns beträgt $209,98288$ u. Dabei ist u die atomare Masseneinheit und beträgt $1,660539 \cdot 10^{-27}$ kg.
Bestimme die Masse eines Poloniumkerns und vergleiche mit der Summe der Massen der Kernbausteine. Erläutere, wo die verschwundene Masse (auch Massendefekt genannt) ist.

d) Nach 50 Tagen sind noch $2,231 \cdot 10^{18}$ Polonium - Atome vorhanden. Bestimme rechnerisch die Halbwertszeit von Polonium - 210.

e) Berechne, nach welcher Zeit nur noch 10 % der ursprünglichen Menge von Po - 210 vorhanden sind.

Lösung 211011 — Polonium

a) $^{210}_{84}$Po besteht aus 84 Protonen und 126 Neutronen — 2 BE

b) $m_{P+N} = 84 \cdot 1,67262 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} + 126 \cdot 1,67493 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} = 3,5154126 \cdot 10^{-25}\ \text{kg}$ — 2 BE

c) $m_K = 209,98288\ \text{u} = 209,98288 \cdot 1,660539 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} = 3,486847616 \cdot 10^{-25}\ \text{kg}$ — 1 BE
$m_{P+N} > m_K$ — 1 BE
Die fehlende Masse hat sich in Kernbindungsenergie des Atomkerns umgewandelt. — 1 BE

d) $N_0 = \frac{m}{m_K} = \frac{10^{-6}\ \text{kg}}{3{,}486847616 \cdot 10^{-25}\ \text{kg}} = 2,868 \cdot 10^{18}$ — 1 BE
$N(t) = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{1/2}}} \Longrightarrow 2,231 \cdot 10^{18} = 2,868 \cdot 10^{18} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{50\ \text{d}}{T_{1/2}}} \Longrightarrow T_{1/2} = 138\ \text{d}$ — 1 BE

e) $N(t) = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{1/2}}} \Longrightarrow 0,1 \cdot N_0 = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{138\ \text{d}}}$ — 1 BE
$t = 458\ \text{d}$ — 1 BE

$\sum$ 11 BE

21. Sächsische Physikolympiade

1. Stufe

Klassenstufe 10

L ö s u n g s v o r s c h l ä g e – nur für korrigierende Lehrer

---

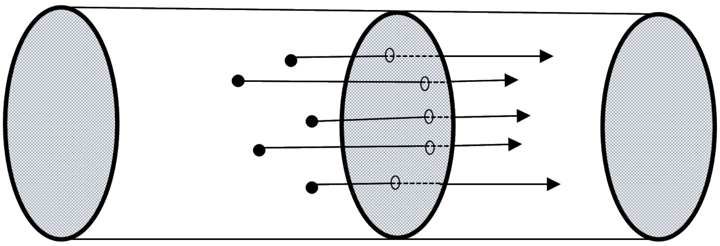
Aufgabe 211012 — Driftgeschwindigkeit

Ein Drahtstück von $2,5$ m Länge und einem Durchmesser von 1 mm besitzt einen Widerstand von 54 mΩ.

a) Ein zweites Drahtstück aus dem gleichen Material besitzt einen doppelt so großen Durchmesser wie das erste. Wie groß muss seine Länge sein, damit es den gleichen Widerstand besitzt wie Drahtstück 1? Begründe deine Aussage.

b) Ermittle die spezifische Leitfähigkeit des verwendeten Leitermaterials.

c) An das erste Drahtstück wird nun eine Spannung $U = 1,0$ V angelegt und es fließt ein Strom der Stärke I. Ermittle die Anzahl der Elektronen, die im Mittel pro Sekunde durch den Leiterquerschnitt A (siehe Skizze) driften.



d) In Kupfer beträgt die mittlere Dichte frei beweglicher Elektronen $8,47 \cdot 10^{28}\ \mathrm{m}^{-3}$. Ermittle unter Verwendung dieser Angabe die mittlere Driftgeschwindigkeit für den Fall, dass das Kabel aus Kupfer besteht.

Lösung 211012 — Driftgeschwindigkeit

a) $R_2 = R_1 \longrightarrow \rho_1 \cdot \frac{\ell_1}{A_1} = \rho_1 \cdot \frac{\ell_2}{A_2} \longrightarrow \rho_1 \cdot \frac{\ell_1}{\frac{\pi}{4} d_1^2} = \rho_1 \cdot \frac{\ell_2}{\frac{\pi}{4} d_2^2} \longrightarrow \frac{\ell_1}{\frac{\pi}{4} d_1^2} = \cdot \frac{\ell_2}{\frac{\pi}{4} d_2^2} \longrightarrow \frac{\ell_1}{d_1^2} = \frac{\ell_2}{(2d_1)^2} \longrightarrow \ell_1 = \frac{\ell_2}{4} \longrightarrow \ell_2 = 4\ell_1$ 2 BE

alternativ: da $A \sim d^2$ und $R \sim \frac{1}{A}$ gilt $R \sim \frac{1}{d^2}$. Doppelter Durchmesser heißt also geviertelter Widerstand. Um den Widerstand auf den Ausgangswert zu erhöhen, muss der Draht wegen $R \sim \ell$ also die vierfache Länge bekommen

b) $R = \rho \cdot \frac{\ell}{A} = \rho \cdot \frac{\ell}{\frac{\pi}{4} d^2} \longrightarrow \rho = R \cdot \pi \cdot \frac{d^2}{4\ell} = 0,017\ \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$ 1 BE

$\gamma = \frac{1}{\rho} = 58,95\ \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$ 1 BE

c) $I = \frac{Q}{\Delta t}$ mit $Q = N \cdot e$ und $I = \frac{U}{R} \longrightarrow \frac{U}{R} = \frac{N \cdot e}{\Delta t}$ 1 BE

$\frac{N}{\Delta t} = \frac{U}{R \cdot e} = \frac{1\ \text{V}}{54 \cdot 10^{-3}\ \Omega \dot{1},602 \cdot 10^{-19}\ \text{As}} = 1,156 \cdot 10^{20}\ \frac{1}{s}$ 1 BE

d) $\frac{N}{V} = 8,47 \cdot \frac{10^{28}}{\text{m}^3} \longrightarrow N = 8,47 \cdot \frac{10^{28}}{\text{m}^3} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot \ell = 6,652 \cdot \frac{10^{22}}{\text{m}} \cdot \ell$ 1 BE

$\frac{N}{\Delta t} = 1,156 \cdot 10^{20}\ \frac{1}{\text{s}} \longrightarrow 6,652 \cdot \frac{10^{22}}{\text{m}} \cdot \frac{\ell}{\Delta t} = 1,156 \cdot 10^{20}\ \frac{1}{\text{s}}$ 1 BE

$\frac{\ell}{\Delta t} = \frac{1,156 \cdot 10^{22}\ \frac{1}{\text{s}}}{6,652 \cdot \frac{10^{22}}{\text{m}}} = 1,74 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1,74\ \frac{\text{mm}}{\text{s}}$ 1 BE

$\sum$ 9 BE

21. Sächsische Physikolympiade

1. Stufe

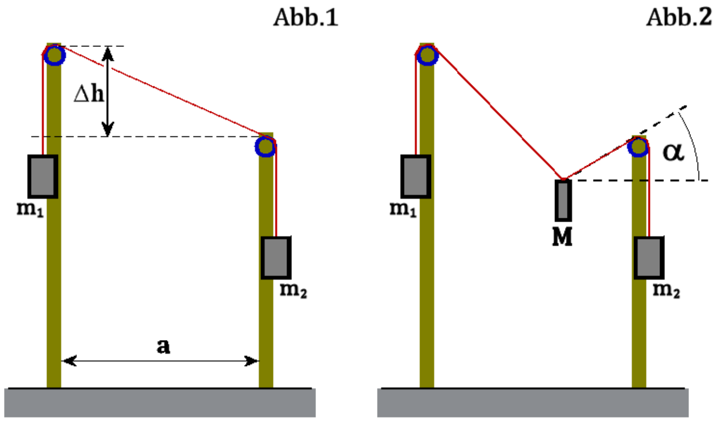
Klassenstufe 10

L ö s u n g s v o r s c h l ä g e – nur für korrigierende Lehrer

---

Aufgabe 211013 — Heimexperiment

Physli macht sich bei einer Fahrt mit der Fichtelberg Schwebebahn Gedanken, wie das Drahtseil zwischen den Masten, die sich in unterschiedlichen Höhen befinden, belastet wird. Das Seil hängt verschieden stark durch, je nachdem wie viele Menschen sich in der Gondel befinden. Er möchte dies gern im Experiment zu Hause überprüfen.
Leider hat er keine Federkraftmesser. Er bastelt sich daher mit dem Metallbaukasten seines Bruders Chemikon eine geeignete Versuchsanordnung mit zwei „Masten“, die im Abstand von $a = 50$ cm stehen, mit dem Höhenunterschied $\Delta h = 20$ cm. Er spannt eine Schnur mit zwei gleichgroßen Gewichten (z.B. $m_1 = m_2 = 100$ g) an den Enden über zwei Rollen. (siehe Abb. 1, ohne Belastung).
Er belastet nun die Schnur mit einer „Gondel“ deren Masse M er verändern kann (beispielsweise $20\text{ g} \leq M < 200\text{ g}$). Dann stellt sich ein Gleichgewicht aller am Seil wirkenden Kräfte ein. Er misst nun jeweils den Winkel α des kürzeren Seilstücks zur Horizontalen (siehe Abb. 2, mit Belastung).



a) Baue Physlis Messanordnung nach und nimm mindestens fünf Messwertpaare $\alpha(M)$ auf.

b) Zeichne das entsprechende Diagramm.

c) Erkläre den Verlauf des Graphen.

d) Bestimme für die von dir verwendeten Masse M den Winkel α.

e) Diskutiere relevante Fehlereinflüsse, die zu Abweichungen von den berechneten Werten führen.

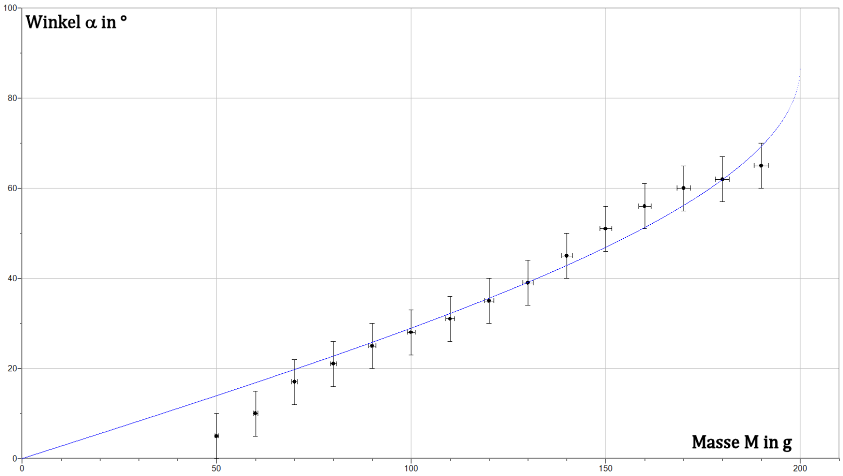
Lösung 211013 — Heimexperiment

a) Versuch mit $m_1 = m_2 = 100$ g; 50 g $\leq M < 200$ g; Messungen z.B.:

M in g	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
α in °	5	10	17	21	25	28	31	35	39	44	47	52	58	60	65

Die „Einstellgenauigkeit“ beim Experiment und der damit verbundene Ablesefehler für α beträgt typischerweise 5°. Der Massenfehler beträgt etwa 1 % 3 BE

b) Diagramm:



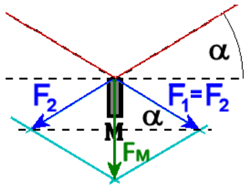
2 BE

c) Je größer die angehängte („Gondel“-)Masse M ist, desto größer muss auch der Winkel α werden. Für $M = 2m_1$ erreicht dieser den Grenzwert $\alpha = 90°$ (bei Verwendung „unendlich langer“ Seile). 1 BE

Im Diagramm darf aber – im Gesamtverlauf – keine Gerade eingezeichnet werden, da für $M > 2m_1$ (bei nicht zu starker Reibung.) keine Extrapolation mehr möglich ist. (Es ist kein Kräftegleichgewicht mehr möglich.) 1 BE

Es muss für die auftretenden Kräfte ja stets die Vektorsumme $\vec{F}_M = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ gelten, wobei F_M minimal (Null) wird, wenn $\vec{F}_1 \uparrow\downarrow \vec{F}_2$ (Seil ist waagerecht gespannt, $\alpha = 0°$), und maximal für $\vec{F}_1 \uparrow\uparrow \vec{F}_2$ (Seil verläuft senkrecht nach oben, $\alpha = 90°$).

d) In den beiden Seilstücken, rechts und links der angehängten Masse M („Gondel“) wirkt idealerweise, ohne jegliche Reibung, nur je eine (konstante) Gegenkraft aus der Gewichtskraft der beiden Massen m_1 und m_2. Im gegebenen Fall bilden diese Kräfte $F_1 = F_2 \approx 1,0$ N (wegen $m_1 = m_2 = 100$ g) ein gleichschenkliges Dreieck mit der entsprechenden Kraft $F_M = Mg$ als dritter Seite. F_M wirkt dabei naturgemäß immer senkrecht nach unten, siehe Skizze.



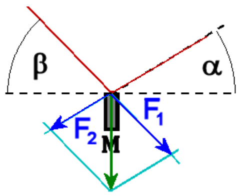
Daraus ergibt sich leicht der Winkel α: $\sin\alpha = \frac{F_M}{2\cdot F_1}$ 2 BE

M in g	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
α in °	15	18	21	24	27	30	33	37	41	44	49	53	58	64	72

1 BE

e) Neben den Fehlern bei der Messung (Einstellung des Gleichgewichts und seine Reproduzierbarkeit, s.o.) gibt es substantielle Abweichungen der Messungen, insbesondere für relativ kleine „Gondel“massen M: Man misst man deutlich kleinere Winkel α als sie die Theorie vorhersagt. 2 BE

Dies hat seine Ursache hauptsächlich in den nicht zu vernachlässigenden Reibungskräften an den Umlenkpunkten des Seils (Rollen): An der höher gelegenen Rolle wirken größere Normalkräfte, also auch größere Reibungskräfte. Das bedeutet, dass das Seil „hinter“ der Rolle stärker als nur mit dem Gegengewicht von m_1 belastet wird. F_1 ist dadurch größer als F_2, wodurch sich eine Asymmetrie der (im Idealfall gleich großen) Winkel α und β ergibt (siehe Skizze).



$\sum$ 12 BE